

Modelación matemática de la recarga de terrenos kársticos a través del drenaje de las estalactitas.

Mathematical modelling of the karst infiltration using the drainage of the stalactites.

E. Sanz y J. J. López.

Departamento de Ingeniería y Morfología del Terreno. Esc. Téc. Sup. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Ciudad Universitaria. 28040 - Madrid.

ABSTRACT

In the Karst, the drainage of the stalactites can provide information about the laws that govern percolation. The viability of a percolation simulation with analytic models is studied. From the results obtained in Baradla and Bèke Caves (Yugoslavia), it happened to be that the drainage through the unsaturated zone in the Karst was apparently similar to that shown in the hydrographs of the springs and also amenable to mathematical modelling.

Key words: infiltration. mathematical modelling, Karst.

*Geogaceta, 17 (1995), 82-84
ISSN:0213683X*

Introducción

La recarga es un tema complejo que depende de muchas variables, como son las características geológicas del acuífero, el clima, la topografía, vegetación, etc.

Hasta ahora, la estimación de la recarga de las precipitaciones se ha efectuado a través de medidas tanto directas como indirectas; así, se pueden citar los registros de lisímetros, métodos empíricos, otros métodos que dependen del contenido de humedad del suelo, aproximación a la Ley de Darcy en la zona no saturada, utilización de trazadores, etc. En el Karst son significativos a este respecto diversos estudios recientes de Bakalowicz y Jusserand (1.986) y Mangin (1.988), donde quedan reflejadas las peculiaridades de este medio.

Como se sabe, la ecuación del flujo en medios no saturados viene dada por:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \nabla (K(\theta) \nabla h) \quad (1)$$

donde h es el potencial total que se expresa como $h = z - \Psi$, Ψ es la succión, θ es el contenido volumétrico de agua, K es el tensor de conductividades hidráulicas, y z es el vector unitario de dirección de la gravedad. Con frecuencia se emplea la fórmula de Richards (1.931) de esta ecuación, consistente en expandir los miembros de (1) en términos de Ψ :

$$C(\Psi) \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \nabla [K \nabla (\Psi - z)] + w$$

donde $C(\Psi)$ es la capacidad específica $C(\Psi) = \partial \theta / \partial \Psi$ y w es un término de fuentes y sumideros.

En la modelación matemática del flujo en la zona no saturada, existen tres tipos de dificultades para llegar a soluciones reales (I.A.H., 1.990). En primer lugar, se considera que el flujo es vertical, lo cual no deja de ser una simplificación. Por otra parte, y en lo que respecta a las propiedades del suelo, las variables K, θ y presión están interrelacionadas de forma no lineal y a menudo presentan histéresis. Otra dificultad añadida, relacionada con la calibración del modelo, se refiere a la extrapolación a escala regional de los datos obtenidos a escala puntual (lisímetros, por ejemplo).

En el presente estudio se pretende estudiar la recarga a través de un nuevo método, utilizando para ello las medidas del goteo de las concreciones estalactíticas en las cuevas. Este método ha sido iniciado por el Instituto de Geografía Alpina de Grenoble (Francia), y un avance de los resultados obtenidos, de carácter cualitativo, han sido publicados por Delannoy (1.985). En nuestro país es de señalar el estudio geoquímico de Carrasco-Cantos y Andreo-Navarro (1.993). El control del régimen hidrológico de las estalactitas de las grutas de Baradla y Bèke (Yugoslavia)

(Jakucs, 1.977), han servido como base de partida para ensayar la modelación matemática.

Simulación de la infiltración en las grutas de Baradla y Bèke (Yugoslavia)

En base a los datos registrados por Jakucs (1.977) sobre el goteo de las estalactitas de cada una de las dos cuevas de Baradla y Bèke, se pretende establecer una simulación sobre la percolación del agua en la capa no saturada mediante una aplicación del modelo MERO en la parte que hace referencia a esta capa.

La exposición detallada de una de las versiones de este modelo puede verse en Sanz (1.985). En dicho modelo se consideran tres capas para la escorrentía subterránea del agua, desde la superficie del suelo que recibe el agua de lluvia hasta su salida por el manantial. Una primera formada por el suelo y en la cual se verifica el balance de agua disponible para el manto freático; una segunda, no saturada, entre el suelo y el nivel freático; y una tercera saturada que conecta con la surgencia del agua.

Para la percolación del agua por la segunda capa, que es la que aquí interesa, el modelo adopta la fórmula de las transferencias térmicas con sus efectos de regulación y retraso, y su esquema operativo, reduciendo a tres los términos exponenciales es el siguiente:

Para la aplicación de este modelo ha

$$\begin{aligned}
 & \boxed{X(I) = [S(I) \cdot D] \cdot C} \\
 & \boxed{T(0, I) = [X(I) \cdot 3,14 + T(0, I-1)] \cdot J(0)} \\
 & \boxed{T(1, I) = [X(I) \cdot (-9,14) + T(1, I-1)] \cdot J(1)} \\
 & \boxed{T(2, I) = [X(I) \cdot 15,7 + T(2, I-1)] \cdot J(2)}
 \end{aligned}
 \quad \rightarrow \quad T(I) = T(0, I) + T(1, I) + T(2, I)$$

donde:
 X(I): Infiltración gravífica reducida en el periodo I.
 I: Tiempos (I=1,2,...H).
 S(I): Infiltración gravífica hacia la segunda capa.
 D: Factor reductor de dimensión de caudales para expresarlos en volúmen por superficie.
 T(I): Lámina de agua que sale de la capa.
 T(0,I), T(1,I), T(2,I): Láminas de agua parciales correspondientes a los términos exponenciales 0, 1, 2.
 J(0), J(1), J(2): Términos exponenciales cuyas expresiones, llamando a al coeficiente de agotamiento, son las siguientes: J(0)=e^{-a}; J(1)=J(0)⁹; J(2)= [J(0)]²⁵
 C: Factor corrector de conservación de caudales cuya expresión es:

$$C = \frac{1}{3,14 \frac{J(0)}{1-I(0)} - 9,4 \frac{J(1)}{1-I(1)} - 15,7 \frac{J(2)}{1-I(2)}}$$

sido necesario determinar el coeficiente de agotamiento a que ha dado los siguientes valores: para Baradla 0,003 y para Bèke 0,0083; por otra parte se han fijado, por tanteo, los caudales parciales iniciales T(0,0), T(1,0) y T(2,0) cuya suma debe dar T(0). Después de varios tanteos, para la gruta de Baradla se han tomado los tres términos exponenciales con los siguientes parámetros: I(0) = 0,97, I(1) = 0,76, I(2) = 0,47 y C = 0,01167 y para la de Bèke ha sido suficiente la utilización de un solo término exponencial I(0) = 0,9917 y C = 0,00837.

El balance de agua de lluvia, o sea la determinación de los valores de S(I), ha sido uno de los aspectos críticos de la preparación del modelo pues los únicos valores exógenos disponibles han sido los de la pluviometría (P) y ha habido necesidad de combinarlos con los de caudales aforados (Q) para estimar las recargas.

Ello se ha hecho a través del coeficiente de infiltración CI = (S.D)/P y puesto que este coeficiente es variable a lo largo del año, para él, como primera aproximación, se ha tratado de inferir sus valores mensuales CI_m determinando S en dicho período de tiempo m por la fórmula S_m = ΣQi ± ΔV, osea como la suma de caudales aforados más o menos la variación de existencias en la capa entre el comienzo y el final del período. Para el cálculo de ΔV se ha usado la fórmula ΔV = (QF-QI)/a, donde QF y QI son los caudales final e inicial del período. Siguiendo este proceso se ha formado el siguiente cuadro de valores (Tabla 1)

Los valores de la infiltración gravífica para los días del período m serán S(I) = (CI_m · P(I)) / D, o bien:

S(I).D = CI_m · P(I) y estos valores se incorporan a la primera línea del esquema operativo. Con estos valores de S(I) · D, los parámetros y valores ini-

ciales ya citados para ambas cuevas se han calculado los valores simulados de caudales para cada uno de los 184 días que abarca el período. En la Figura 1 se reflejan los resultados junto con el hidrograma de los caudales aforados.

Comparando ambos hidrogramas se puede concluir que la evolución general del simulado, en ambas cuevas, se ajusta con bastante precisión al aforado por lo que los resultados se pueden considerar aceptables. Quizá pueda apreciarse una mayor sensibilidad a las variaciones pluviométricas en los simulados respecto a los aforados, también con algo de adelanto en el tiempo que se puede valorar en cuatro días.

Conclusiones

Se concluye de este trabajo que la modelación matemática aplicada puede ser considerada como una herramienta útil para el estudio de la recarga. Los

MESES (Año 1958)	Cueva de Baradla					Cueva de Bèke			
	Precipt. (l/m2)	Caudal (dl)	ΔV (dl)	S (dl)	S.D /P	Caudal (dl)	ΔV (dl)	S (dl)	S.D /P
Mayo	37.1	84.7	24,0	108.7	2.93	52,0	22.2	74.2	2,00
Junio	144,0	317,0	226,0	543,0	3.77	67.2	300,0	367.2	2.55
Julio	44.7	300.3	-152.5	147.5	3,30	148.8	318.6	466.6	10.43
Agosto	59.8	226.6	-96,0	131.6	2,20	130.8	-149.4	-	-
Setiembre	23.6	96.5	-88.2	8.3	0.35	103.9	229.6	-	-
Octubre	13.1	46.1	-69.5	Neg.	-	77.7	-76	-	-

Tabla 1.- Relación entre la infiltración gravífica y la precipitación en las cuevas de Baradla y Bèke.
 Table 1.- Relation between percolation and rain in the Baradla and Bèke Caves.

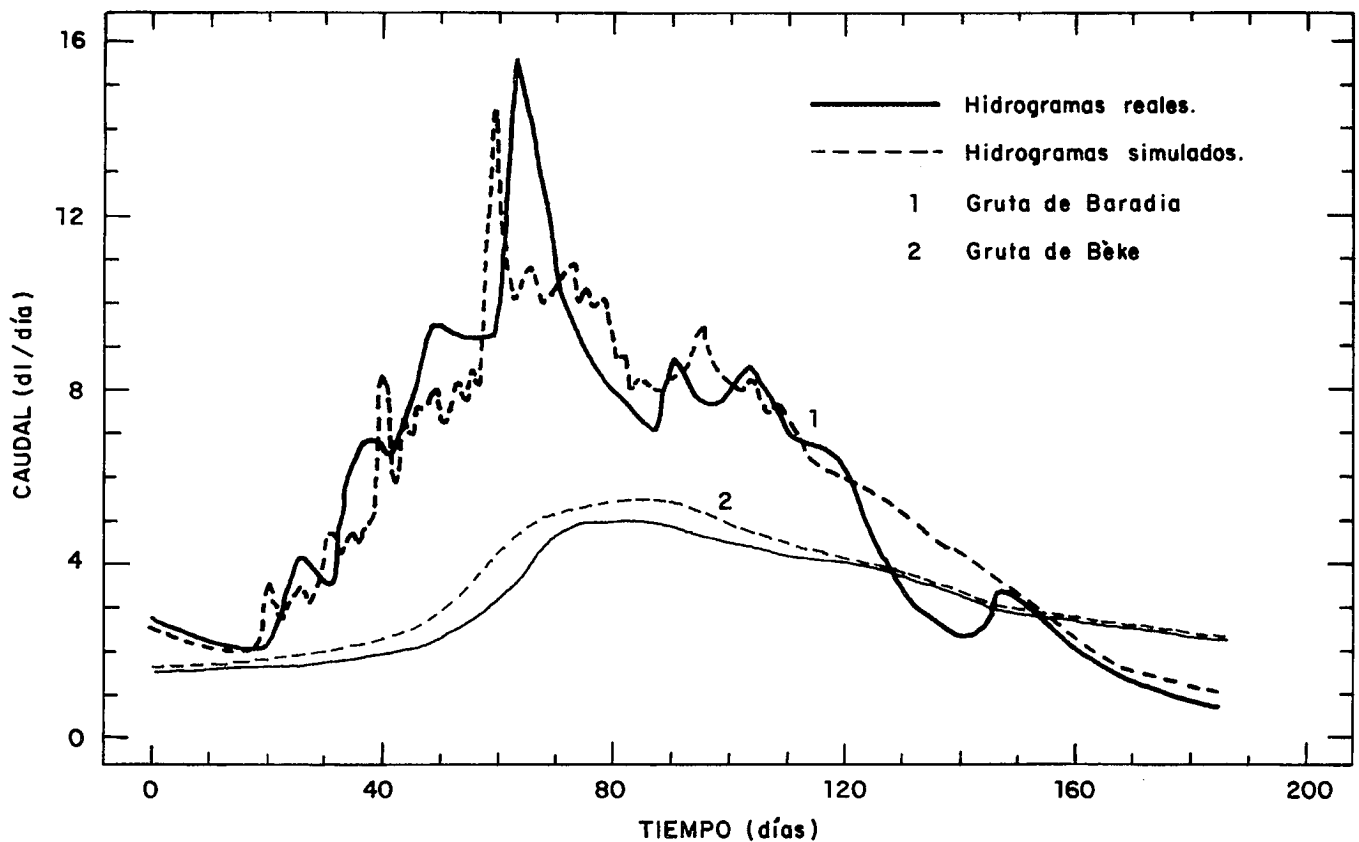


Fig. 1.- Hidrograma real y simulado de las estalactitas de Baradla y Bèke (Yugoslavia).

Fig. 1.- Real and simulated hydrographs of the Baradla and Bèke Caves stalactites (Yugoslavia).

hidrogramas del drenaje de las estalactitas se simulan mediante modelos de tipo precipitación-escorrentía, ya que son semejantes a los que presentan los manantiales kársticos.

Las cuevas de gran extensión y cercanas a la superficie pueden ser utilizadas como lisímetros naturales si se dispone del caudal de goteo en las estalactitas. En efecto, la cercanía a la superficie conlleva a que consideremos que el flujo en la zona no saturada sea realmente vertical, y que se pueda determinar el coeficiente de infiltración, ya que el área de alimentación de las estalactitas será sensiblemente igual a la de las cuevas.

El hidrograma de las estalactitas simplifica la compleja relación entre las propiedades del suelo y el empleo

de los datos de campo ante diferentes entradas de agua de precipitación, pues es el resultado final del balance hidrológico de la capa superior y de la transferencia a través de la zona no saturada para una profundidad determinada. Con los hidrogramas se puede establecer un modelo real de recarga para un sitio específico y aunque la calibración puntual mantiene el problema de la extrapolación a gran escala, pensamos que para pequeños acuíferos kársticos, dicha recarga puede ajustarse con bastante aproximación a la realidad.

Agradecimientos.

Este trabajo ha sido posible gracias al Proyecto de la DGICYT, nº PS90-0012.

Referencias.

- Bakalowicz, M. y Jusserand, C. (1986). *Bull du Centre d'Hydrog. Univ. Neuchâtel*, 7. 265-283.
- Carrasco-Cantos, F. y Andreo-Navarro, B. (1993). *Geogaceta*, 14, 9-12.
- Delannoy, J.J. (1985). *Karstologia* nº 7. 81-84.
- I.A.H. (1990) *Groundwater Recharge*. Vol. 8. Verlag Heiz Heise. Ed. 345 p.
- Jakucs, L. (1979). *Morphogenetics of Karst regions. Variants of Karst evoluitos*. Ed. Bristol. Adam Hilger. 650 p.
- Mangin, A. (1988). *Bull du Centre de Hydrog. Univ. Neuchâtel* VII. 3-25.
- Richards, L. (1931) *Physics*, 1, 318-333.
- Sanz, E. (1985) *Bol. Geológ. Miner.* T. XCVI-VI, 632-652.